Züchtungslehre – Übung 7

Birgit Gredler-Grandl

13. November 2015

Aufgabe 1

Die Mischmodellgleichungen zur Schätzung von BLUP Zuchtwerten nach Henderson sehen im Ein-Merkmals-Modell wie folgt aus:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X'X} & \mathbf{X'Z} \\ \mathbf{Z'X} & \mathbf{Z'Z} + \lambda \mathbf{A}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}} \\ \hat{\mathbf{a}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X'y} \\ \mathbf{Z'y} \end{bmatrix}$$

Stellen Sie die Mischmodellgleichung für das in der Vorlesung vom 6.11.2015 besprochene Beispiel auf (aus Mrode, 2005, p. 43). Berechnen Sie die notwendigen Matrizen (und Vektoren) X'X, X'Z, Z'X, Z'Z, X'y und Z'y händisch mit den Regeln der Matrixmultiplikation. Regeln zum Transponieren und multiplizieren von Matrizen finden sich in den Vorlesungsunterlagen von Peter von Rohr vom 25.9.2015.

Aufgabe 2

Die Milchmenge von 13 Jersey Kühen auf zwei Betrieben wurde erhoben. Die Kühe sind Nachkommen von zwei Stieren. Es wird angenommen, dass die zwei Stiere vollkommen unverwandt sind. Die Heritabilität für das Merkmal tägliche Milchmenge beträgt 0.25, der Varianzenquotient λ beträgt 15. Die Daten sind in der Tabelle 1 zusammengefasst.

a) Stellen Sie die Mischmodellgleichungen für ein Vatermodell auf und berechnen Sie händisch die notwendigen Matrizen X'X, X'Z, Z'X, Z'Z, X'y und Z'y. Die Mischmodellgleichungen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X'X} & \mathbf{X'Z} \\ \mathbf{Z'X} & \mathbf{Z'Z} + \lambda \mathbf{A}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}} \\ \hat{\mathbf{s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X'y} \\ \mathbf{Z'y} \end{bmatrix}$$

b) Stellen Sie die additiv genetische Verwandtschaftsmatrix A sowie deren Inverse A^{-1} für die zwei Stiere auf und berechnen Sie $Z'Z + \lambda A^{-1}$. Hinweis: Es wird angenommen, dass die zwei Stiere unverwandt sind. Somit ist A eine Einheitsmatrix und lässt sich leicht invertieren.

c) Lesen Sie die aufgestellten Matrizen in R ein und berechnen Sie die Lösungen für den fixen Effekt des Betriebes und den zufälligen Stiereffekt (Zuchtwert).

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}} \\ \hat{\mathbf{s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X'X} & \mathbf{X'Z} \\ \mathbf{Z'X} & \mathbf{Z'Z} + \lambda \mathbf{A}^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X'y} \\ \mathbf{Z'y} \end{bmatrix}$$

Tabelle 1: Tieridentitäten, Milchmenge, Abstammungs- und Betriebsinformation für 13 Jersey Kühe

Jersey Kühe	Betrieb	Stiere (Väter)	Milchmenge
Kuh 1	A	1	8
Kuh 2	A	1	9
Kuh 3	A	2	11
Kuh 4	A	2	12
Kuh 5	A	2	12
Kuh 6	A	2	13
Kuh 7	A	2	14
Kuh 8	B	1	15
Kuh 9	B	1	14
Kuh 10	B	1	15
Kuh 11	B	2	18
Kuh 12	B	2	19
Kuh 13	B	2	20

Zusatzaufgabe:

Nehmen Sie an, dass der Stier 1 der Vater von Stier 2 ist. Beziehen Sie die Verwandtschaftsinformation in die Verwandtschaftsmatrix A ein und berechnen die Koeffizientenmatrix neu. Lesen Sie die aufgestellten Matrizen in R ein und berechnen Sie die Lösungen für den fixen Effekt des Betriebes und den zufälligen Stiereffekt (Zuchtwert) neu.