Züchtungslehre - Lösung 1

Peter von Rohr

2017-09-29

Aufgabe 1: Vektoren

Gegeben sind die Vektoren a und b. Berechnen Sie

- die Summe $a + b$,
- die Differenz $a - b$ und
- das Skalarprodukt $a \cdot b$.

$$a = \left[\begin{array}{c} 5 \\ -2 \\ 6 \\ 9 \end{array}\right], \quad b = \left[\begin{array}{c} 13 \\ 1 \\ -7 \\ 22 \end{array}\right]$$

Lösung

Summe $a + b = \left[\begin{array}{c} 5 + 13 \\ -2 + 1 \\ 6 - 7 \\ 9 + 22 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} 18 \\ -1 \\ -1 \\ 31 \end{array}\right]$,

Differenz $a - b = \left[\begin{array}{c} 5 - 13 \\ -2 - 1 \\ 6 + 7 \\ 9 - 22 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} -8 \\ -3 \\ 13 \\ -13 \end{array}\right]$

Skalarprodukt $a \cdot b = 5 * 13 + (-2) * 1 + 6 * (-7) + 9 * 22 = 219$

Aufgabe 2: Zwischenwinkel

Gegeben sind die Vektoren

$$a = \left[\begin{array}{c} 3 \\ 0 \\ 4 \end{array}\right] \text{ und } b = \left[\begin{array}{c} 2 \\ 13 \\ x \end{array}\right]$$

Wie gross muss x sein, dass die beiden Vektoren senkrecht zueinander stehen?

Lösung

Zwei Vektoren stehen senkrecht zueinander, falls deren Skalarprodukt gleich 0 ist.

$$a \cdot b = 3 * 2 + 0 * 13 + 4 * x = 0$$

Somit haben wir eine Gleichung für x. Nach x aufgelöst, erhalten wir

$$x = -\frac{3 * 2}{4} = -1.5$$

Aufgabe 3: Matrizen

In der Vorlesung haben wir die Einheitsmatrix als eine spezielle Matrix kennengelernt. Bei der Einheitsmatrix sind alle Diagonalelemente gleich 1 und alle Nicht-Diagonalelemente (auch Off-Diagonalelemente genannt) gleich 0. Die Einheitsmatrix ist ein Spezialfall einer Klasse von speziellen Matrizen, welche in der Vorlesung nicht behandelt wurden. Es handelt sich dabei um die Klasse der **Diagonalmatrizen**. Diese haben alle Diagonalelemente ungleich 0 und alle Off-Diagonalelemente gleich 0. Als Beispiel ist

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

eine Diagonalmatrix. Diagonalmatrizen haben eine besondere Bedeutung, da das Finden ihrer Inversen relativ einfach ist.

Ihre Aufgabe ist es die Inverse D^{-1} der Matrix D zu finden.

Hinweise

- Die Inverse D^{-1} der Matrix D ist so definiert, dass $D^{-1} \cdot D = I$, wobei I die Einheitsmatrix ist.
- Stellen Sie das Kreuzschema der Matrixmultiplikation auf um die Komponenten der Inversen D^{-1} zu finden
- Die Inverse einer Diagonalmatrix ist wieder eine Diagonalmatrix

Lösung:

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 4: Vektoren in R

Überprüfen Sie die in Aufgabe 1 gerechneten Resultate mit R

Lösung

```
a <- c(5, -2, 6, 9)
b <- c(13, 1, -7, 22)
a+b
```

```
## [1] 18 -1 -1 31
```

```
a-b
```

```
## [1]  -8  -3  13 -13
```

```r
crossprod(a,b)
```

```
##      [,1]
## [1,]  219
```

Aufgabe 5: Matrizen in R

Überprüfen Sie das Resultat der Inversen der Diagonalmatrix aus Aufgabe 3.

Hinweise

- Eine Diagonalmatrix kann einfach über die Funktion `diag()` erstellt werden.
- Die Funktion `solve()` berechnet die Inverse einer Matrix

Lösung

```r
matD <- diag(c(3,-5,1))
solve(matD)
```

```
##           [,1] [,2] [,3]
## [1,] 0.3333333  0.0    0
## [2,] 0.0000000 -0.2    0
## [3,] 0.0000000  0.0    1
```